

PADRÃO DEFINITIVO DE RESPOSTA APÓS RECURSO

PROVA ESCRITA

CERTAME	Concurso Público de Provas e Títulos para Professor de Ensino Superior
EDITAL	Edital nº 001/2026
CARGO / CURSO	Professor Titular do Ensino Superior: Matemática, Cálculo / Geometria / Álgebra / Introdução à Análise Real
TEMA	3. Geometria Euclidiana, Analítica e Espacial

QUESTÃO DISCURSIVA

A Geometria constitui uma área fundamental da Matemática, abrangendo diferentes formas de representação e análise de objetos e relações espaciais. A Geometria Euclidiana fundamenta-se em conceitos e propriedades das figuras planas e espaciais, enquanto a Geometria Analítica estabelece conexões entre a representação geométrica e os métodos algébricos, possibilitando a descrição e o estudo de pontos, retas, planos e superfícies por meio de coordenadas e equações. Considerando os fundamentos da Geometria Euclidiana, Analítica e Espacial, como os conceitos, propriedades e métodos dessas diferentes abordagens se articulam para a resolução e demonstração de problemas geométricos, envolvendo, entre outros aspectos, relações métricas, posições relativas, distâncias, ângulos, áreas, volumes e representações algébricas de objetos geométricos? A resposta deverá fundamentar-se em conhecimentos matemáticos pertinentes ao tema, apresentando conceitos, propriedades, demonstrações e/ou estratégias de resolução que evidenciem domínio dos conteúdos abordados.

PADRÃO PRELIMINAR DE RESPOSTA

A Geometria Euclidiana, Analítica e Espacial pode ser compreendida como um conjunto articulado de linguagens e métodos destinados a descrever, demonstrar e resolver problemas relativos à forma, à posição e à medida. A tradição iniciada por Euclides organiza a geometria a partir de definições, postulados e deduções, estabelecendo propriedades de pontos, retas, planos, ângulos e figuras. René Descartes amplia esse campo ao associar objetos geométricos a coordenadas e equações, enquanto David Hilbert reforça a importância da estrutura axiomática e do rigor lógico. Assim, abordagens sintéticas, algébricas e vetoriais podem ser utilizadas de modo complementar.

Na Geometria Euclidiana plana, relações de incidência, paralelismo, perpendicularidade, congruência e semelhança fundamentam grande parte das demonstrações. Em triângulos, por exemplo, a soma dos ângulos internos é 180 graus no plano euclidiano, e critérios como LAL, ALA e LLL permitem estabelecer congruência. A semelhança possibilita comparar figuras por proporcionalidade de lados correspondentes e igualdade de ângulos, sendo essencial para relações métricas. O teorema de Pitágoras, $a^2 + b^2 = c^2$ em triângulos retângulos, articula comprimento e estrutura angular e pode ser demonstrado por semelhança, decomposição de áreas ou métodos algébricos.

As relações métricas permitem calcular comprimentos, projeções, alturas e distâncias sem depender exclusivamente de medição direta. Em um triângulo retângulo, relações entre catetos, hipotenusa, altura relativa à hipotenusa e projeções decorrem da semelhança de triângulos. Em circunferências, propriedades de cordas, secantes, tangentes e ângulos centrais ou inscritos fornecem instrumentos para problemas de medida e demonstração. O valor de uma solução geométrica, contudo, não reside apenas na fórmula empregada, mas na justificativa das condições que autorizam seu uso e na sequência lógica que conduz à conclusão.

A Geometria Analítica traduz propriedades geométricas para a linguagem algébrica por meio de sistemas de coordenadas. No plano cartesiano, um ponto é representado por um par ordenado (x,y) , e a distância entre $P(x_1,y_1)$ e $Q(x_2,y_2)$ resulta do teorema de Pitágoras: $d = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$. O ponto médio é obtido pelas médias das coordenadas. Uma reta pode ser expressa, entre outras formas, pela equação $ax + by + c = 0$ ou por equações paramétricas, permitindo analisar inclinação, interseção, paralelismo e perpendicularidade a partir de coeficientes e vetores diretores.

A posição relativa de duas retas no plano pode ser investigada pela comparação de seus vetores diretores ou de seus coeficientes. Vetores proporcionais indicam paralelismo, salvo quando as equações

representam a mesma reta, enquanto vetores diretores não proporcionais determinam uma interseção única. A perpendicularidade pode ser verificada pelo produto escalar nulo entre vetores diretores. Quando u e v são vetores não nulos, o ângulo θ entre eles satisfaz $\cos(\theta) = (u \cdot v) / (|u||v|)$, relação que conecta medida angular, ortogonalidade e álgebra vetorial.

No espaço tridimensional, pontos são descritos por ternas (x,y,z) , e vetores permitem representar direções e deslocamentos. Uma reta pode ser escrita como $r(t) = P + t v$, em que P é um ponto da reta e v é um vetor diretor. Um plano pode ser representado por $ax + by + cz + d = 0$, tendo $n = (a,b,c)$ como vetor normal. Essas representações permitem estudar posições relativas entre retas, entre reta e plano e entre planos. Paralelismo e perpendicularidade decorrem das relações entre vetores diretores e normais, enquanto sistemas de equações ajudam a decidir se há interseção, coincidência ou ausência de pontos comuns.

As distâncias também podem ser tratadas de forma algébrica. No espaço, a distância entre dois pontos generaliza o caso plano por $d = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2 + (z_2-z_1)^2}$. Para um ponto $P(x_0,y_0,z_0)$ e o plano $ax + by + cz + d = 0$, a distância é $|ax_0 + by_0 + cz_0 + d| / \sqrt{a^2+b^2+c^2}$. A distância de um ponto a uma reta ou entre retas reversas pode ser obtida com projeções vetoriais e, conforme o caso, produto vetorial ou produto misto. Em todos esses procedimentos, a expressão algébrica representa uma construção geométrica precisa.

Áreas constituem outra ponte entre propriedades euclidianas e métodos analíticos. Triângulos e paralelogramos podem ter suas áreas determinadas por base e altura, mas também por determinantes ou pelo módulo do produto vetorial de dois vetores. No plano, para vértices dados por coordenadas, determinantes permitem calcular a área de um triângulo e verificar colinearidade. Para círculos, $A = \pi r^2$, enquanto o comprimento da circunferência é $2 \pi r$. Essas relações devem ser empregadas em consonância com as hipóteses do problema e podem ser combinadas com decomposição, semelhança ou transformações geométricas.

Na Geometria Espacial, a análise envolve sólidos, superfícies, seções e relações entre elementos tridimensionais. Prismas e cilindros têm volume igual à área da base multiplicada pela altura. Pirâmides e cones apresentam volume correspondente a um terço do produto da área da base pela altura. Para a esfera de raio r , $V = 4 \pi r^3/3$ e a área da superfície é $4 \pi r^2$. O princípio de Cavalieri fornece uma estratégia importante para justificar comparações de volumes por meio de áreas de seções correspondentes, evidenciando que fórmulas espaciais podem ser fundamentadas por argumentos geométricos e não apenas memorizadas.

As representações algébricas de objetos geométricos ampliam as possibilidades de investigação. A circunferência de centro (a,b) e raio r pode ser descrita por $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$. No espaço, a esfera de centro (a,b,c) satisfaz $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$. Equações quadráticas também representam cônicas e outras superfícies, e sua análise envolve completar quadrados, reconhecer simetrias, localizar centros ou vértices e interpretar parâmetros. Desse modo, manipulações algébricas devem manter vínculo explícito com o significado geométrico dos termos.

A articulação entre os métodos permite escolher a estratégia mais eficiente. Um problema inicialmente apresentado de forma sintética pode ser resolvido pela introdução de um sistema de coordenadas adequado; inversamente, uma equação pode ser interpretada geometricamente para revelar propriedades não evidentes na forma algébrica. Colocar um vértice na origem, alinhar um lado com um eixo ou escolher vetores adaptados à figura pode reduzir cálculos sem alterar a essência do problema. A escolha do referencial é, portanto, parte da estratégia de resolução e deve preservar as hipóteses e os invariantes geométricos relevantes.

Em demonstrações, é necessário distinguir exemplos de argumentos gerais. Verificar numericamente alguns casos pode sugerir uma conjectura, mas não a demonstra. Uma prova geométrica deve apoiar-se em definições, postulados, teoremas previamente estabelecidos e inferências válidas. Também se pode demonstrar uma propriedade analiticamente, traduzindo as hipóteses para equações e mostrando que a conclusão decorre delas. O rigor defendido na tradição axiomática, desenvolvida de

Euclides e Hilbert, exige que cada passo seja justificado e que condições especiais, como degenerescência ou denominadores nulos, sejam observadas.

Um exemplo de articulação consiste em demonstrar que as diagonais de um paralelogramo se interceptam em seus pontos médios. Sinteticamente, podem-se usar propriedades de paralelismo e congruência de triângulos. Analiticamente, podem-se atribuir coordenadas aos vértices e aplicar a fórmula do ponto médio a cada diagonal, obtendo o mesmo ponto. Vetorialmente, se os vértices são A , $A+u$, $A+v$ e $A+u+v$, o ponto $A+(u+v)/2$ pertence às duas diagonais. As três abordagens conduzem à mesma propriedade, mas evidenciam diferentes formas de raciocínio matemático.

Portanto, o domínio de Geometria Euclidiana, Analítica e Espacial pressupõe compreender conceitos e propriedades e, simultaneamente, saber transitar entre figuras, coordenadas, equações e vetores. Relações métricas, posições relativas, distâncias, ângulos, áreas e volumes podem ser investigados por argumentos sintéticos ou por métodos algébricos, desde que as hipóteses sejam explicitadas e os resultados sejam demonstrados com coerência. As contribuições de Euclides, Descartes e Hilbert ajudam a compreender essa integração entre estrutura dedutiva, representação algébrica e rigor. A resolução consistente de problemas geométricos decorre justamente da capacidade de selecionar e combinar essas ferramentas de acordo com a natureza da situação apresentada.

OBSERVAÇÃO

O presente padrão de resposta possui caráter referencial e orientador, indicando os conteúdos essenciais esperados, sem exigir reprodução literal. Serão admitidas formulações equivalentes, desde que tecnicamente consistentes, pertinentes ao comando da questão, devidamente fundamentadas e compatíveis com os critérios previstos no edital. A correção considerará o conteúdo efetivamente apresentado pelo candidato, sendo aceitas abordagens distintas deste padrão, desde que demonstrem domínio do tema e atendam adequadamente ao enunciado.